Universidade Estadual Vale do Acaraú

Centro de Ciências Exatas e Tecnologias – Ciências da Computação

Lista de Exercícios

**OBSERVÇÃO: na resolução, é utilizada a representação de pontos como vetores coluna.**

1. Mostre que a multiplicação das matrizes de transformação para cada uma das seguintes sequências de operações é comutativa:
   1. Duas rotações sucessivas
   2. Duas translações sucessivas
   3. Duas escalas sucessivas
   4. Duas rotações sucessivas em torno do mesmo eixo de rotação
2. Temos que mostrar a comutatividade da rotação no plano. No caso, dadas duas rotações arbitrárias no plano, temos que mostrar que o produto da primeira pela segunda é igual ao produto da segunda pela primeira:

Realizando o produto em ambos os lados da igualdade acima, obtemos:

Da última igualdade, mostra-se a comutatividade da rotação no plano. Lembrando que e são escalares que determinam o ângulo das rotações.

1. Temos que mostrar que, para escalares e , a seguinte igualdade é válida:

Multiplicando em ambos os lados da igualdade, obtemos:

Como e , está mostrado que a comutatividade da translação no plano é válida.

1. Temos que mostrar que, para escalares e , a seguinte igualdade é válida:

Multiplicando em ambos os lados da igualdade, obtemos:

1. Temos que mostrar que duas rotações sucessivas em torno de um eixo definido, por exemplo, o eixo x, são comutativas.

Basta multiplicar as matrizes e verificar o resultado em ambos os lados da igualdade. Nesse caso, o mesmo procedimento deve ser efetuado para os outros eixos.

1. Mostre que uma escala uniforme seguida de uma rotação define um par de operações comutativas, mas que, em geral, escala e rotação não são operações comutativas.

Dados e escalares, temos que

Isso mostra efetivamente que a escala uniforme seguida de rotação é comutativa. Contudo, em geral, dado um escalar, poderíamos ter

Portanto, em geral, a escala uniforme seguida de rotação não é comutativa.

1. Mostre que a matriz de transformação para uma reflexão em torno da linha y = x é equivalente a uma reflexão relativa ao eixo x seguida por uma rotação anti-horária de 90º.

Primeiro, temos que encontrar a matriz de transformação de reflexão em torno da linha y=x. A base do canônica do é o conjunto composto pelos vetores e . Da álgebra, sabemos que uma operação linear fica definida pela sua aplicação na base canônica do . Pelo gráfico da Figura 1, vemos que a reflexão de em torno da linha onde y=x resulta em . Já a reflexão de j resulta em (1,0). Assim, a matriz de reflexão em torno de y=x pode ser definida como:

Já a reflexão em torno do eixo x é definida como:

Já a rotação de 90 graus pode ser definida como

Assim, temos que

resulta em uma igualdade válida (efetue as multiplicações para verificar).

1. Porque usamos coordenadas homogêneas para especificar transformações geométricas em CG?

Um dos motivos é que a representação homogênea permite a representação de transformações afins e lineares de um modo unificado, possibilitando que sequências de transformações afins possam ser representadas por meio da concatenação ou multiplicação matricial.

1. Suponha que um certo objeto O, bidimensional, deva ser rotacionado de 60º em torno do ponto (0, 1), sofrendo a seguir uma escala uniforme de fator 3, e depois uma translação para o ponto (3, 1). Dê a representação da matriz composta de transformação que implementa essa sequência de operações.

A combinação de transformações necessária para o que pede a questão é dada pela seguinte expressão:

1. Quais as coordenadas cartesianas do ponto (X, Y, W) = (6, 4, 2), que foi dado em coordenadas homogêneas?

Para obtermos as coordenadas cartesianas de um ponto dado em coordenadas homogêneas, dividimos todas as coordenadas pelo último componente(W), que deve ser diferente de zero, e consideramos apenas as n-1 primeiras coordenadas.

Assim, (6, 4, 2), mapeada para o plano cartesiano, resulta em (3,2).

1. Qual as coordenadas cartesianas após a translação T(2, 1) aplicada ao polígono A(1, 1), B(3, 1), C(2, 2) e D(1.5, 3). Mostre os resultados por meio da matriz de coordenadas homogêneas expressas por uma matriz 4x3. O resultado pode ser encontrado multiplicando a matriz que representa o polígono pela matriz de translação.

A questão pede para representar o polígono na forma matricial, que resulta em:

Portanto, os vértices resultantes são A(3, 2), B(5, 2), C(4, 3) e D(3.5, 4).